



МИНИСТЕРСТВО ПРОФЕССИОННОГО  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



Академия  
МИНИСТЕРСТВА РОССИИ

$$\begin{aligned} & \text{Trigonometric identities:} \\ & \sin(x + \pi) = -\sin x, \quad \cos(x + \pi) = -\cos x, \\ & \sin(x - \pi) = -\sin x, \quad \cos(x - \pi) = -\cos x, \\ & \sin(2x) = 2\sin x \cos x, \quad \cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x, \\ & \sin(3x) = 3\sin x - 4\sin^3 x, \quad \cos(3x) = 4\cos^3 x - 3\cos x, \\ & \sin(4x) = 4\sin x \cos(2x), \quad \cos(4x) = \cos^2(2x) - \sin^2(2x), \\ & \sin(5x) = 5\sin x - 20\sin^3 x + 16\sin^5 x, \quad \cos(5x) = 16\cos^5 x - 20\cos^3 x + 5\cos x, \\ & \sin(6x) = 6\sin x - 30\sin^3 x + 40\sin^5 x, \quad \cos(6x) = 40\cos^5 x - 30\cos^3 x + 6\cos x, \\ & \sin(7x) = 7\sin x - 56\sin^3 x + 112\sin^5 x - 56\sin^7 x, \quad \cos(7x) = 112\cos^7 x - 56\cos^5 x + 112\cos^3 x - 7\cos x, \\ & \sin(8x) = 8\sin x - 112\sin^3 x + 192\sin^5 x - 96\sin^7 x, \quad \cos(8x) = 192\cos^7 x - 96\cos^5 x + 112\cos^3 x - 8\cos x, \\ & \sin(9x) = 9\sin x - 162\sin^3 x + 270\sin^5 x - 162\sin^7 x + 9\sin^9 x, \quad \cos(9x) = 270\cos^9 x - 162\cos^7 x + 45\cos^5 x - 162\cos^3 x + 9\cos x, \\ & \sin(10x) = 10\sin x - 210\sin^3 x + 315\sin^5 x - 105\sin^7 x + 10\sin^9 x, \quad \cos(10x) = 315\cos^9 x - 210\cos^7 x + 45\cos^5 x - 105\cos^3 x + 10\cos x, \\ & \sin(11x) = 11\sin x - 252\sin^3 x + 420\sin^5 x - 210\sin^7 x + 42\sin^9 x, \quad \cos(11x) = 420\cos^9 x - 252\cos^7 x + 45\cos^5 x - 210\cos^3 x + 11\cos x, \\ & \sin(12x) = 12\sin x - 280\sin^3 x + 480\sin^5 x - 312\sin^7 x + 80\sin^9 x, \quad \cos(12x) = 480\cos^9 x - 280\cos^7 x + 45\cos^5 x - 312\cos^3 x + 12\cos x, \\ & \sin(13x) = 13\sin x - 312\sin^3 x + 560\sin^5 x - 364\sin^7 x + 91\sin^9 x, \quad \cos(13x) = 560\cos^9 x - 312\cos^7 x + 45\cos^5 x - 364\cos^3 x + 13\cos x, \\ & \sin(14x) = 14\sin x - 342\sin^3 x + 648\sin^5 x - 420\sin^7 x + 126\sin^9 x, \quad \cos(14x) = 648\cos^9 x - 342\cos^7 x + 45\cos^5 x - 420\cos^3 x + 14\cos x, \\ & \sin(15x) = 15\sin x - 360\sin^3 x + 720\sin^5 x - 504\sin^7 x + 180\sin^9 x, \quad \cos(15x) = 720\cos^9 x - 360\cos^7 x + 45\cos^5 x - 504\cos^3 x + 15\cos x, \\ & \sin(16x) = 16\sin x - 378\sin^3 x + 784\sin^5 x - 560\sin^7 x + 224\sin^9 x, \quad \cos(16x) = 784\cos^9 x - 378\cos^7 x + 45\cos^5 x - 560\cos^3 x + 16\cos x, \\ & \sin(17x) = 17\sin x - 390\sin^3 x + 820\sin^5 x - 616\sin^7 x + 280\sin^9 x, \quad \cos(17x) = 820\cos^9 x - 390\cos^7 x + 45\cos^5 x - 616\cos^3 x + 17\cos x, \\ & \sin(18x) = 18\sin x - 400\sin^3 x + 840\sin^5 x - 672\sin^7 x + 336\sin^9 x, \quad \cos(18x) = 840\cos^9 x - 400\cos^7 x + 45\cos^5 x - 672\cos^3 x + 18\cos x, \\ & \sin(19x) = 19\sin x - 408\sin^3 x + 856\sin^5 x - 704\sin^7 x + 368\sin^9 x, \quad \cos(19x) = 856\cos^9 x - 408\cos^7 x + 45\cos^5 x - 704\cos^3 x + 19\cos x, \\ & \sin(20x) = 20\sin x - 416\sin^3 x + 864\sin^5 x - 736\sin^7 x + 400\sin^9 x, \quad \cos(20x) = 864\cos^9 x - 416\cos^7 x + 45\cos^5 x - 736\cos^3 x + 20\cos x, \\ & \sin(21x) = 21\sin x - 420\sin^3 x + 870\sin^5 x - 768\sin^7 x + 432\sin^9 x, \quad \cos(21x) = 870\cos^9 x - 420\cos^7 x + 45\cos^5 x - 768\cos^3 x + 21\cos x, \\ & \sin(22x) = 22\sin x - 424\sin^3 x + 876\sin^5 x - 792\sin^7 x + 464\sin^9 x, \quad \cos(22x) = 876\cos^9 x - 424\cos^7 x + 45\cos^5 x - 792\cos^3 x + 22\cos x, \\ & \sin(23x) = 23\sin x - 426\sin^3 x + 880\sin^5 x - 816\sin^7 x + 496\sin^9 x, \quad \cos(23x) = 880\cos^9 x - 426\cos^7 x + 45\cos^5 x - 816\cos^3 x + 23\cos x, \\ & \sin(24x) = 24\sin x - 428\sin^3 x + 884\sin^5 x - 832\sin^7 x + 528\sin^9 x, \quad \cos(24x) = 884\cos^9 x - 428\cos^7 x + 45\cos^5 x - 832\cos^3 x + 24\cos x, \\ & \sin(25x) = 25\sin x - 430\sin^3 x + 888\sin^5 x - 848\sin^7 x + 560\sin^9 x, \quad \cos(25x) = 888\cos^9 x - 430\cos^7 x + 45\cos^5 x - 848\cos^3 x + 25\cos x, \\ & \sin(26x) = 26\sin x - 432\sin^3 x + 892\sin^5 x - 864\sin^7 x + 592\sin^9 x, \quad \cos(26x) = 892\cos^9 x - 432\cos^7 x + 45\cos^5 x - 864\cos^3 x + 26\cos x, \\ & \sin(27x) = 27\sin x - 434\sin^3 x + 896\sin^5 x - 880\sin^7 x + 624\sin^9 x, \quad \cos(27x) = 896\cos^9 x - 434\cos^7 x + 45\cos^5 x - 880\cos^3 x + 27\cos x, \\ & \sin(28x) = 28\sin x - 436\sin^3 x + 900\sin^5 x - 896\sin^7 x + 656\sin^9 x, \quad \cos(28x) = 900\cos^9 x - 436\cos^7 x + 45\cos^5 x - 896\cos^3 x + 28\cos x, \\ & \sin(29x) = 29\sin x - 438\sin^3 x + 904\sin^5 x - 912\sin^7 x + 688\sin^9 x, \quad \cos(29x) = 904\cos^9 x - 438\cos^7 x + 45\cos^5 x - 912\cos^3 x + 29\cos x, \\ & \sin(30x) = 30\sin x - 440\sin^3 x + 908\sin^5 x - 928\sin^7 x + 720\sin^9 x, \quad \cos(30x) = 908\cos^9 x - 440\cos^7 x + 45\cos^5 x - 928\cos^3 x + 30\cos x, \\ & \sin(31x) = 31\sin x - 442\sin^3 x + 912\sin^5 x - 944\sin^7 x + 752\sin^9 x, \quad \cos(31x) = 912\cos^9 x - 442\cos^7 x + 45\cos^5 x - 944\cos^3 x + 31\cos x, \\ & \sin(32x) = 32\sin x - 444\sin^3 x + 916\sin^5 x - 960\sin^7 x + 784\sin^9 x, \quad \cos(32x) = 916\cos^9 x - 444\cos^7 x + 45\cos^5 x - 960\cos^3 x + 32\cos x, \\ & \sin(33x) = 33\sin x - 446\sin^3 x + 920\sin^5 x - 976\sin^7 x + 816\sin^9 x, \quad \cos(33x) = 920\cos^9 x - 446\cos^7 x + 45\cos^5 x - 976\cos^3 x + 33\cos x, \\ & \sin(34x) = 34\sin x - 448\sin^3 x + 924\sin^5 x - 992\sin^7 x + 848\sin^9 x, \quad \cos(34x) = 924\cos^9 x - 448\cos^7 x + 45\cos^5 x - 992\cos^3 x + 34\cos x, \\ & \sin(35x) = 35\sin x - 450\sin^3 x + 928\sin^5 x - 1008\sin^7 x + 880\sin^9 x, \quad \cos(35x) = 928\cos^9 x - 450\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1008\cos^3 x + 35\cos x, \\ & \sin(36x) = 36\sin x - 452\sin^3 x + 932\sin^5 x - 1024\sin^7 x + 912\sin^9 x, \quad \cos(36x) = 932\cos^9 x - 452\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1024\cos^3 x + 36\cos x, \\ & \sin(37x) = 37\sin x - 454\sin^3 x + 936\sin^5 x - 1040\sin^7 x + 944\sin^9 x, \quad \cos(37x) = 936\cos^9 x - 454\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1040\cos^3 x + 37\cos x, \\ & \sin(38x) = 38\sin x - 456\sin^3 x + 940\sin^5 x - 1056\sin^7 x + 976\sin^9 x, \quad \cos(38x) = 940\cos^9 x - 456\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1056\cos^3 x + 38\cos x, \\ & \sin(39x) = 39\sin x - 458\sin^3 x + 944\sin^5 x - 1072\sin^7 x + 1008\sin^9 x, \quad \cos(39x) = 944\cos^9 x - 458\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1072\cos^3 x + 39\cos x, \\ & \sin(40x) = 40\sin x - 460\sin^3 x + 948\sin^5 x - 1088\sin^7 x + 1040\sin^9 x, \quad \cos(40x) = 948\cos^9 x - 460\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1088\cos^3 x + 40\cos x, \\ & \sin(41x) = 41\sin x - 462\sin^3 x + 952\sin^5 x - 1104\sin^7 x + 1072\sin^9 x, \quad \cos(41x) = 952\cos^9 x - 462\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1104\cos^3 x + 41\cos x, \\ & \sin(42x) = 42\sin x - 464\sin^3 x + 956\sin^5 x - 1120\sin^7 x + 1104\sin^9 x, \quad \cos(42x) = 956\cos^9 x - 464\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1120\cos^3 x + 42\cos x, \\ & \sin(43x) = 43\sin x - 466\sin^3 x + 960\sin^5 x - 1136\sin^7 x + 1136\sin^9 x, \quad \cos(43x) = 960\cos^9 x - 466\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1136\cos^3 x + 43\cos x, \\ & \sin(44x) = 44\sin x - 468\sin^3 x + 964\sin^5 x - 1152\sin^7 x + 1168\sin^9 x, \quad \cos(44x) = 964\cos^9 x - 468\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1152\cos^3 x + 44\cos x, \\ & \sin(45x) = 45\sin x - 470\sin^3 x + 968\sin^5 x - 1168\sin^7 x + 1200\sin^9 x, \quad \cos(45x) = 968\cos^9 x - 470\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1168\cos^3 x + 45\cos x, \\ & \sin(46x) = 46\sin x - 472\sin^3 x + 972\sin^5 x - 1184\sin^7 x + 1232\sin^9 x, \quad \cos(46x) = 972\cos^9 x - 472\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1184\cos^3 x + 46\cos x, \\ & \sin(47x) = 47\sin x - 474\sin^3 x + 976\sin^5 x - 1200\sin^7 x + 1264\sin^9 x, \quad \cos(47x) = 976\cos^9 x - 474\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1200\cos^3 x + 47\cos x, \\ & \sin(48x) = 48\sin x - 476\sin^3 x + 980\sin^5 x - 1216\sin^7 x + 1296\sin^9 x, \quad \cos(48x) = 980\cos^9 x - 476\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1216\cos^3 x + 48\cos x, \\ & \sin(49x) = 49\sin x - 478\sin^3 x + 984\sin^5 x - 1232\sin^7 x + 1328\sin^9 x, \quad \cos(49x) = 984\cos^9 x - 478\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1232\cos^3 x + 49\cos x, \\ & \sin(50x) = 50\sin x - 480\sin^3 x + 988\sin^5 x - 1248\sin^7 x + 1360\sin^9 x, \quad \cos(50x) = 988\cos^9 x - 480\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1248\cos^3 x + 50\cos x, \\ & \sin(51x) = 51\sin x - 482\sin^3 x + 992\sin^5 x - 1264\sin^7 x + 1392\sin^9 x, \quad \cos(51x) = 992\cos^9 x - 482\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1264\cos^3 x + 51\cos x, \\ & \sin(52x) = 52\sin x - 484\sin^3 x + 996\sin^5 x - 1280\sin^7 x + 1424\sin^9 x, \quad \cos(52x) = 996\cos^9 x - 484\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1280\cos^3 x + 52\cos x, \\ & \sin(53x) = 53\sin x - 486\sin^3 x + 1000\sin^5 x - 1296\sin^7 x + 1456\sin^9 x, \quad \cos(53x) = 1000\cos^9 x - 486\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1296\cos^3 x + 53\cos x, \\ & \sin(54x) = 54\sin x - 488\sin^3 x + 1004\sin^5 x - 1312\sin^7 x + 1488\sin^9 x, \quad \cos(54x) = 1004\cos^9 x - 488\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1312\cos^3 x + 54\cos x, \\ & \sin(55x) = 55\sin x - 490\sin^3 x + 1008\sin^5 x - 1328\sin^7 x + 1520\sin^9 x, \quad \cos(55x) = 1008\cos^9 x - 490\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1328\cos^3 x + 55\cos x, \\ & \sin(56x) = 56\sin x - 492\sin^3 x + 1012\sin^5 x - 1344\sin^7 x + 1552\sin^9 x, \quad \cos(56x) = 1012\cos^9 x - 492\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1344\cos^3 x + 56\cos x, \\ & \sin(57x) = 57\sin x - 494\sin^3 x + 1016\sin^5 x - 1360\sin^7 x + 1584\sin^9 x, \quad \cos(57x) = 1016\cos^9 x - 494\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1360\cos^3 x + 57\cos x, \\ & \sin(58x) = 58\sin x - 496\sin^3 x + 1020\sin^5 x - 1376\sin^7 x + 1616\sin^9 x, \quad \cos(58x) = 1020\cos^9 x - 496\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1376\cos^3 x + 58\cos x, \\ & \sin(59x) = 59\sin x - 498\sin^3 x + 1024\sin^5 x - 1392\sin^7 x + 1648\sin^9 x, \quad \cos(59x) = 1024\cos^9 x - 498\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1392\cos^3 x + 59\cos x, \\ & \sin(60x) = 60\sin x - 500\sin^3 x + 1028\sin^5 x - 1408\sin^7 x + 1680\sin^9 x, \quad \cos(60x) = 1028\cos^9 x - 500\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1408\cos^3 x + 60\cos x, \\ & \sin(61x) = 61\sin x - 502\sin^3 x + 1032\sin^5 x - 1424\sin^7 x + 1712\sin^9 x, \quad \cos(61x) = 1032\cos^9 x - 502\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1424\cos^3 x + 61\cos x, \\ & \sin(62x) = 62\sin x - 504\sin^3 x + 1036\sin^5 x - 1440\sin^7 x + 1744\sin^9 x, \quad \cos(62x) = 1036\cos^9 x - 504\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1440\cos^3 x + 62\cos x, \\ & \sin(63x) = 63\sin x - 506\sin^3 x + 1040\sin^5 x - 1456\sin^7 x + 1776\sin^9 x, \quad \cos(63x) = 1040\cos^9 x - 506\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1456\cos^3 x + 63\cos x, \\ & \sin(64x) = 64\sin x - 508\sin^3 x + 1044\sin^5 x - 1472\sin^7 x + 1808\sin^9 x, \quad \cos(64x) = 1044\cos^9 x - 508\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1472\cos^3 x + 64\cos x, \\ & \sin(65x) = 65\sin x - 510\sin^3 x + 1048\sin^5 x - 1488\sin^7 x + 1840\sin^9 x, \quad \cos(65x) = 1048\cos^9 x - 510\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1488\cos^3 x + 65\cos x, \\ & \sin(66x) = 66\sin x - 512\sin^3 x + 1052\sin^5 x - 1504\sin^7 x + 1872\sin^9 x, \quad \cos(66x) = 1052\cos^9 x - 512\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1504\cos^3 x + 66\cos x, \\ & \sin(67x) = 67\sin x - 514\sin^3 x + 1056\sin^5 x - 1520\sin^7 x + 1904\sin^9 x, \quad \cos(67x) = 1056\cos^9 x - 514\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1520\cos^3 x + 67\cos x, \\ & \sin(68x) = 68\sin x - 516\sin^3 x + 1060\sin^5 x - 1536\sin^7 x + 1936\sin^9 x, \quad \cos(68x) = 1060\cos^9 x - 516\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1536\cos^3 x + 68\cos x, \\ & \sin(69x) = 69\sin x - 518\sin^3 x + 1064\sin^5 x - 1552\sin^7 x + 1968\sin^9 x, \quad \cos(69x) = 1064\cos^9 x - 518\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1552\cos^3 x + 69\cos x, \\ & \sin(70x) = 70\sin x - 520\sin^3 x + 1068\sin^5 x - 1568\sin^7 x + 2000\sin^9 x, \quad \cos(70x) = 1068\cos^9 x - 520\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1568\cos^3 x + 70\cos x, \\ & \sin(71x) = 71\sin x - 522\sin^3 x + 1072\sin^5 x - 1584\sin^7 x + 2032\sin^9 x, \quad \cos(71x) = 1072\cos^9 x - 522\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1584\cos^3 x + 71\cos x, \\ & \sin(72x) = 72\sin x - 524\sin^3 x + 1076\sin^5 x - 1600\sin^7 x + 2064\sin^9 x, \quad \cos(72x) = 1076\cos^9 x - 524\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1600\cos^3 x + 72\cos x, \\ & \sin(73x) = 73\sin x - 526\sin^3 x + 1080\sin^5 x - 1616\sin^7 x + 2096\sin^9 x, \quad \cos(73x) = 1080\cos^9 x - 526\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1616\cos^3 x + 73\cos x, \\ & \sin(74x) = 74\sin x - 528\sin^3 x + 1084\sin^5 x - 1632\sin^7 x + 2128\sin^9 x, \quad \cos(74x) = 1084\cos^9 x - 528\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1632\cos^3 x + 74\cos x, \\ & \sin(75x) = 75\sin x - 530\sin^3 x + 1088\sin^5 x - 1648\sin^7 x + 2160\sin^9 x, \quad \cos(75x) = 1088\cos^9 x - 530\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1648\cos^3 x + 75\cos x, \\ & \sin(76x) = 76\sin x - 532\sin^3 x + 1092\sin^5 x - 1664\sin^7 x + 2192\sin^9 x, \quad \cos(76x) = 1092\cos^9 x - 532\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1664\cos^3 x + 76\cos x, \\ & \sin(77x) = 77\sin x - 534\sin^3 x + 1096\sin^5 x - 1680\sin^7 x + 2224\sin^9 x, \quad \cos(77x) = 1096\cos^9 x - 534\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1680\cos^3 x + 77\cos x, \\ & \sin(78x) = 78\sin x - 536\sin^3 x + 1100\sin^5 x - 1696\sin^7 x + 2256\sin^9 x, \quad \cos(78x) = 1100\cos^9 x - 536\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1696\cos^3 x + 78\cos x, \\ & \sin(79x) = 79\sin x - 538\sin^3 x + 1104\sin^5 x - 1712\sin^7 x + 2288\sin^9 x, \quad \cos(79x) = 1104\cos^9 x - 538\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1712\cos^3 x + 79\cos x, \\ & \sin(80x) = 80\sin x - 540\sin^3 x + 1108\sin^5 x - 1728\sin^7 x + 2320\sin^9 x, \quad \cos(80x) = 1108\cos^9 x - 540\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1728\cos^3 x + 80\cos x, \\ & \sin(81x) = 81\sin x - 542\sin^3 x + 1112\sin^5 x - 1744\sin^7 x + 2352\sin^9 x, \quad \cos(81x) = 1112\cos^9 x - 542\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1744\cos^3 x + 81\cos x, \\ & \sin(82x) = 82\sin x - 544\sin^3 x + 1116\sin^5 x - 1760\sin^7 x + 2384\sin^9 x, \quad \cos(82x) = 1116\cos^9 x - 544\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1760\cos^3 x + 82\cos x, \\ & \sin(83x) = 83\sin x - 546\sin^3 x + 1120\sin^5 x - 1776\sin^7 x + 2416\sin^9 x, \quad \cos(83x) = 1120\cos^9 x - 546\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1776\cos^3 x + 83\cos x, \\ & \sin(84x) = 84\sin x - 548\sin^3 x + 1124\sin^5 x - 1792\sin^7 x + 2448\sin^9 x, \quad \cos(84x) = 1124\cos^9 x - 548\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1792\cos^3 x + 84\cos x, \\ & \sin(85x) = 85\sin x - 550\sin^3 x + 1128\sin^5 x - 1808\sin^7 x + 2480\sin^9 x, \quad \cos(85x) = 1128\cos^9 x - 550\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1808\cos^3 x + 85\cos x, \\ & \sin(86x) = 86\sin x - 552\sin^3 x + 1132\sin^5 x - 1824\sin^7 x + 2512\sin^9 x, \quad \cos(86x) = 1132\cos^9 x - 552\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1824\cos^3 x + 86\cos x, \\ & \sin(87x) = 87\sin x - 554\sin^3 x + 1136\sin^5 x - 1840\sin^7 x + 2544\sin^9 x, \quad \cos(87x) = 1136\cos^9 x - 554\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1840\cos^3 x + 87\cos x, \\ & \sin(88x) = 88\sin x - 556\sin^3 x + 1140\sin^5 x - 1856\sin^7 x + 2576\sin^9 x, \quad \cos(88x) = 1140\cos^9 x - 556\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1856\cos^3 x + 88\cos x, \\ & \sin(89x) = 89\sin x - 558\sin^3 x + 1144\sin^5 x - 1872\sin^7 x + 2608\sin^9 x, \quad \cos(89x) = 1144\cos^9 x - 558\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1872\cos^3 x + 89\cos x, \\ & \sin(90x) = 90\sin x - 560\sin^3 x + 1148\sin^5 x - 1888\sin^7 x + 2640\sin^9 x, \quad \cos(90x) = 1148\cos^9 x - 560\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1888\cos^3 x + 90\cos x, \\ & \sin(91x) = 91\sin x - 562\sin^3 x + 1152\sin^5 x - 1904\sin^7 x + 2672\sin^9 x, \quad \cos(91x) = 1152\cos^9 x - 562\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1904\cos^3 x + 91\cos x, \\ & \sin(92x) = 92\sin x - 564\sin^3 x + 1156\sin^5 x - 1920\sin^7 x + 2704\sin^9 x, \quad \cos(92x) = 1156\cos^9 x - 564\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1920\cos^3 x + 92\cos x, \\ & \sin(93x) = 93\sin x - 566\sin^3 x + 1160\sin^5 x - 1936\sin^7 x + 2736\sin^9 x, \quad \cos(93x) = 1160\cos^9 x - 566\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1936\cos^3 x + 93\cos x, \\ & \sin(94x) = 94\sin x - 568\sin^3 x + 1164\sin^5 x - 1952\sin^7 x + 2768\sin^9 x, \quad \cos(94x) = 1164\cos^9 x - 568\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1952\cos^3 x + 94\cos x, \\ & \sin(95x) = 95\sin x - 570\sin^3 x + 1168\sin^5 x - 1968\sin^7 x + 2800\sin^9 x, \quad \cos(95x) = 1168\cos^9 x - 570\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1968\cos^3 x + 95\cos x, \\ & \sin(96x) = 96\sin x - 572\sin^3 x + 1172\sin^5 x - 1984\sin^7 x + 2832\sin^9 x, \quad \cos(96x) = 1172\cos^9 x - 572\cos^7 x + 45\cos^5 x - 1984\cos^3 x + 96\cos x, \\ & \sin(97x) = 97\sin x - 574\sin^3 x +$$

Министерство просвещения Российской Федерации

Академия Минпросвещения России

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

*Пособие по развитию функциональной грамотности  
старшеклассников*

Москва

2021

УДК 373.5

ББК 74.26

T76

**Авторский коллектив:**

Т. А. Трофимова (руководитель авторского коллектива),  
к.э.н. И. Е. Барсуков, А. А. Бурдакова, Е. А. Егорова, к.э.н., доц. А. А. Лубский,  
к.п.н., проф. Р. Ш. Мошнина, к.п.н. Л. В. Тищенко, И. В. Шибанова

**Рецензенты:**

к.ф-м.н. А. Л. Белкова, к.т.н. А. В. Буров, О. П. Корочина

**Художник-дизайнер:**

С. В. Гринишун

**Трофимова, Т. А.**

T76

Математическая грамотность : пособие по развитию функциональной грамотности старшеклассников / [Т. А. Трофимова, И. Е. Барсуков, А. А. Бурдакова и др.] ; [под общ. ред. Р. Ш. Мошниной]. – Москва : Академия Минпросвещения России, 2021. – 68 с.

ISBN 978-5-8429-1397-8.

Сегодня одной из многогранных задач современного учителя является формирование математической грамотности учащихся. Предлагаемое учебно-дидактическое пособие состоит из комплекта заданий для формирования и оценки математической грамотности на уровне средней школы и предшествующего ему уровня образования. Задания составлены на основе международных подходов к оценке качества математического образования. Для удобства работы учителя каждый тематический кейс сопровожден методическими комментариями-рекомендациями, предполагаемыми ответами и критериями оценивания.

Для систематической работы учителя над формированием и оценкой математической грамотности обучающихся пособие содержит методические рекомендации по составлению собственных заданий.

Задания, предложенные в пособии, могут быть использованы на уроках и на занятиях внеурочной деятельности. Кроме того, пособие могут использовать не только учителя математики, но и учителя по другим предметам, так как математическая грамотность является неотъемлемым компонентом и значимым фактором развития функциональной грамотности в целом.

Материалы пособия могут быть одним из содержательных элементов подготовки студентов педагогических специальностей и дополнительного профессионального образования учителей.

УДК 373.5

ББК 74.26

---

**Математическая грамотность**



9 785842 913978 >

Пособие по развитию функциональной грамотности  
старшеклассников

Подписано в печать 14.12.2021. Формат 60×90 1/8.  
Бумага офсетная № 1. Печ. л. 8,5. Тираж 3500 экз. Заказ № 947.

Отпечатано в ФГУП «Издательство «Наука» (Типография «Наука»)  
121099, Москва, Шубинский пер., 6

ISBN 978-5-8429-1397-8

© Академия Минпросвещения России, 2021

# СОДЕРЖАНИЕ

Пояснительная записка .....	3
Кейс 1. БЮДЖЕТ СТУДЕНТА .....	6
Кейс 2. РАЗБИТЫЙ ТЕЛЕФОН .....	14
Кейс 3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ .....	20
Кейс 4. СЕССИЯ СТУДЕНТА .....	25
Кейс 5. СЕМЕЙНЫЙ БЮДЖЕТ .....	31
Кейс 6. РЕМОНТ КВАРТИРЫ .....	36
Кейс 7. САХАРНЫЙ ДИАБЕТ .....	43
Кейс 8. СОСТАВ КРОВИ .....	53
Кейс 9. ЭФФЕКТ МОЛНИИ .....	58
Методические рекомендации .....	62
Источники цитирования и авторство .....	65
Приложение .....	66

С полной версией издания можно ознакомиться в библиотеке  
института развития образования Республики Татарстан